

Cvičení 1

Najděte předpis derivace f' kde $f(x) = \frac{1-x}{2+x}$.

Řešení

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1-(x+h)}{2+(x+h)} - \frac{1-x}{2+x}}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1-x-h)(2+x) - (1-x)(2+(x+h))}{h(2+x)(2+(x+h))} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2-x-2h-x^2-hx) - (2-x+h-x^2-hx)}{h(2+x)(2+(x+h))} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3h}{h(2+x)(2+(x+h))} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3}{(2+x)(2+(x+h))} \\
 &= \frac{-3}{(2+x)^2}.
 \end{aligned}$$

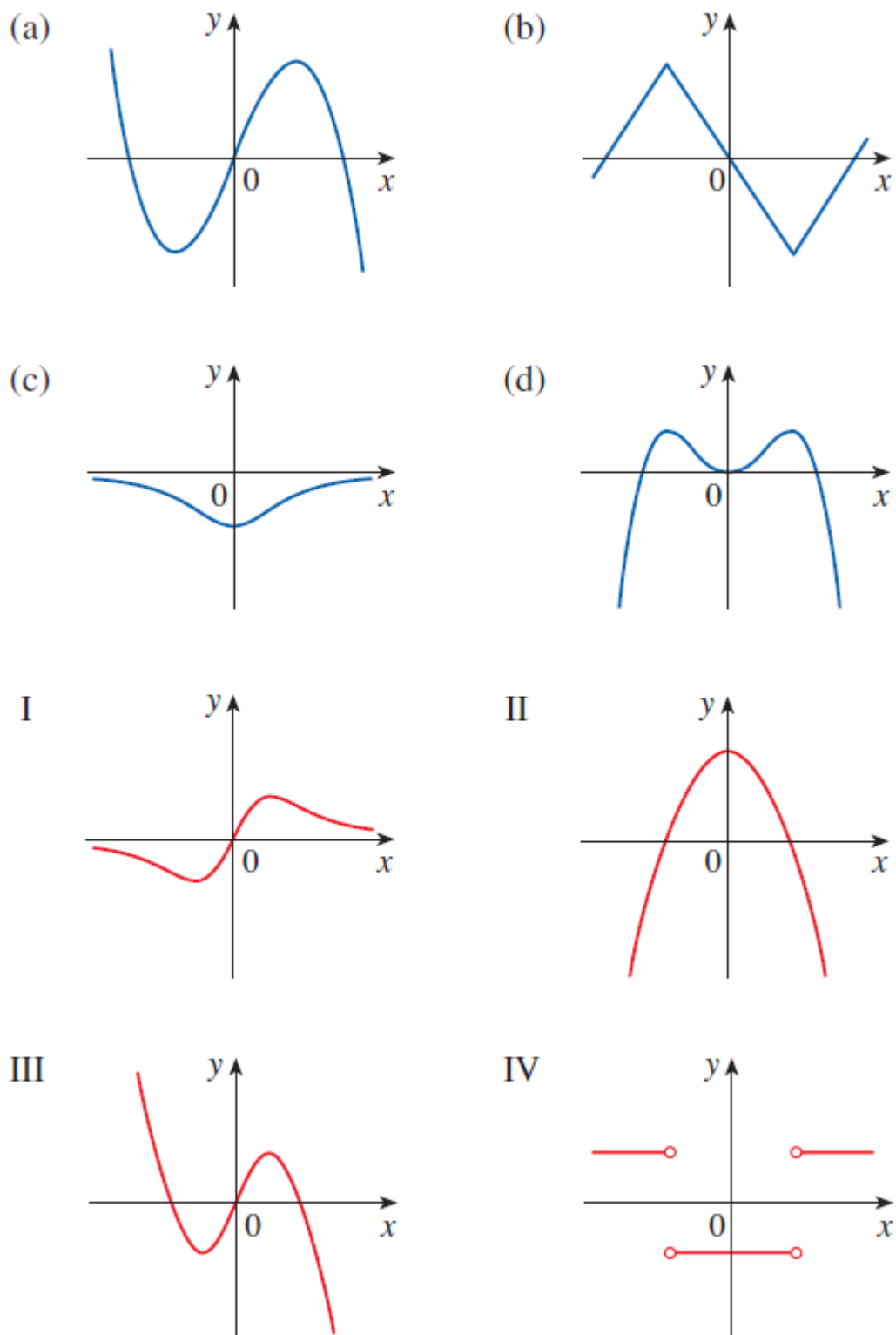
□

Použili jsme pro úpravu výrazu následující vzorec:

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{c}{d}}{e} = \frac{ad - bc}{bd} \cdot \frac{1}{e}$$

Cvičení 2

Spárujte grafy funkcí na obrázcích (a) až (d) s jejich derivacemi na obrázcích (I) až (IV).



Cvičení 3

Derivace zprava a derivace zleva funkce $f(x)$ v bodě a definujeme jako

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

a

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Najděte jednostranné derivace funkce $f'_-(0)$ a $f'_+(0)$ pro funkci

(a)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0. \end{cases}$$