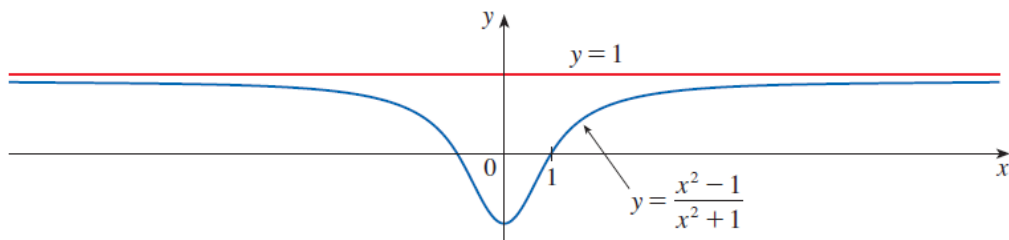


Definice limity v nekonečnu

Příklad. Uvažujme funkci f danou předpisem

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

Zobrazme si graf funkce f spolu s přímkou o rovnici $y = 1$.



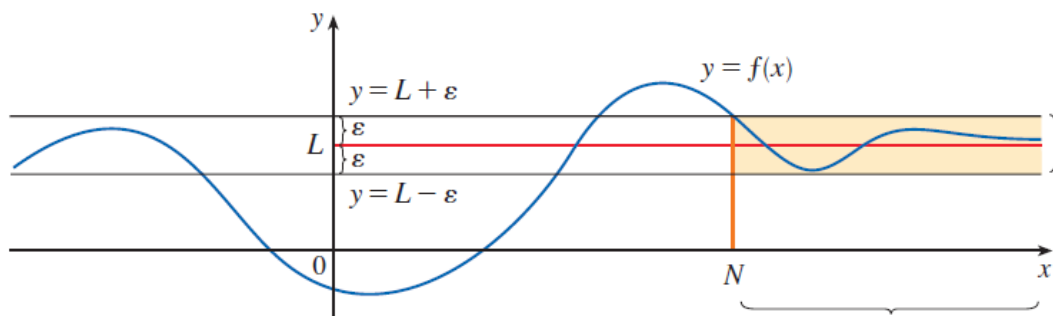
Z obrázku je vidět, že se graf neomezeně blíží k tzv. asymptotě $y = 1$ pokud $x \rightarrow \pm\infty$. Totéž je také patrné z tabulky funkčních hodnot:

x	$f(x)$
0	-1
± 1	0
± 2	0.600000
± 3	0.800000
± 4	0.882353
± 5	0.923077
± 10	0.980198
± 50	0.999200
± 100	0.999800
± 1000	0.999998

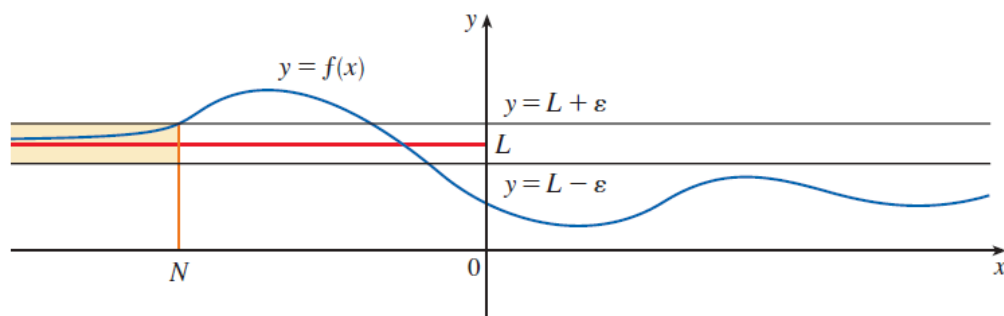
Definice. Necht' f je funkce definovaná na intervalu (a, ∞) pro nějaké $a \in \mathbb{R}$. Řekneme, že f **má v bodě** $+\infty$ **limitu** L a píšeme

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L,$$

jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existuje $N \in \mathbb{R}$ takové, že pro každé $x > N$ platí $|f(x) - L| < \varepsilon$.



Analogicky definujeme limitu funkce f v bodě $-\infty$.



Příklad. Podle definice ukažme, že $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$.

Řešení. Necht' $\varepsilon > 0$ je zvoleno libovolně. Potom hledíme číslo N takové, že pro každé $x > N$ platí

$$\left| \frac{1}{x} - 0 \right| = \frac{1}{x} < \varepsilon.$$

Pokud budeme předpokládat, že $x > 0$, pak

$$\frac{1}{x} < \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Tedy nabízí se zvolit $N = \frac{1}{\varepsilon}$. Potom pro každé $x > N$ platí

$$x > N = \frac{1}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{1}{x} - 0 \right| = \frac{1}{x} < \varepsilon.$$

Tedy $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$.

